

Voici une série d'exercices permettant de vérifier que vous maîtrisez correctement tous les types de calculs du collège et lycée. **Il est impératif d'avoir revu les règles de calculs avec le chapitre 0 qui a été donné AVANT de commencer ces exercices.**

Vous devez les faire jusqu'au bout pour pouvoir les présenter en séances du début de l'année. Nous n'y passerons pas beaucoup de temps, alors il faut vraiment profiter de cette occasion pour vous remettre à niveau si besoin.

Dans la mesure où vous n'aurez pas la calculatrice le jour du concours, il faudra apprendre à travailler sans. En particulier, il faut effectuer tous les calculs sans cette aide.

Exercice 1

Parmi \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{D} , \mathbb{Q} et \mathbb{R} , déterminer le plus petit de ces ensembles auquel appartient chaque nombre ?

$$\text{a) } \frac{2,24}{3,36} \quad \text{b) } \frac{\pi}{\sqrt{2}} \quad \text{c) } \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} \quad \text{d) } \frac{-41}{164}$$

Exercice 2

Ecrire sous forme d'un seul intervalle les intersections données

$$\text{a) }]-\infty, 1] \cap]-2, +\infty[\quad \text{b) } [4, 5[\cap [0, +\infty[\quad \text{c) } [0, 10[\cap]-\infty, 2] \quad \text{d) }]-\infty, 6] \cap]-\infty, 9]$$

Exercice 3

Effectuer les calculs suivants selon les priorités des opérations.

$$\begin{array}{llll} \text{a) } 2 + 4 - 5 - 9 & \text{b) } 6 - 4 \times 7 + 1 & \text{c) } 6 \times (5 - 9) & \text{d) } 10 - (11 + 5) \\ \text{e) } \frac{8 + 2 \times (5 + 9)}{11 - (5 + 4)} & \text{f) } \frac{6 - 9 + (5 + 8)}{16 - 2 \times (3 \times 4 + 3)} & \text{g) } 10 + 9(8 + 7(6 + 5(4 + 3(1 + 2)))) & \end{array}$$

Exercice 4

Réduire les expressions littérales, en tenant compte des priorités.

$$\begin{array}{llll} \text{a) } x + 5 - 2x + 8 - 3x + (4x + 1) & \text{b) } (2x - 5) - (x + 6) + 8x & \text{c) } (14x)^2 - 13x + 4 \\ \text{e) } (x - 5)(2x + 4) & \text{f) } (x + 4^2)(6 - x) & \text{g) } (5x - 2)^2 & \text{g) } 6x^2 - 7^2 \end{array}$$

Exercice 5

Mettre sous forme irréductible les fractions suivantes

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \frac{1}{2} + \frac{3}{7} & \text{b) } \frac{1}{3} - \frac{5}{6} & \text{c) } \frac{5}{7} \times \frac{21}{25} & \text{d) } \frac{\frac{4}{3}}{\frac{6}{11}} \\ \text{e) } \frac{2}{5} - \frac{7}{10} \times \frac{5}{3} + \frac{3}{2} \\ \text{f) } \frac{1 + \frac{3}{4}}{1 - \frac{3}{5}} & \text{g) } \frac{1}{1 + \frac{1}{1+1}} & \text{h) } \left(\frac{1}{4} - \frac{2}{3} - \frac{11}{24} \right) \times \frac{8}{49} \end{array}$$

Exercice 6

Calculer les nombres suivants.

$$\text{a) } 2^3 \times 3^2 \times 5 \quad \text{b) } 2^{-2} \times 5^2 \times 7 \quad \text{c) } \frac{2^4 \times 3^8 \times 7^9}{2^5 \times 3^5 \times 7^7} \quad \text{d) } 4^2 \times 5^3 \times \frac{1}{2^3} \times \frac{1}{2^5}$$

Exercice 7

Ecrire uniquement avec des puissances de 2, 3 et 5 les nombres suivants.

$$\text{a) } 2^3 \times 4^5 \times 8^{-1} \quad \text{b) } 25 \times 3^3 \times (2^4)^2 \quad \text{c) } \frac{1000}{5^4 \times 2^6} \quad \text{d) } \frac{(-2)^5 \times 6^4 \times 5^{-5}}{20^3 \times 3^3}$$

Exercice 8

Simplifier au mieux les expressions littérales suivantes

$$\text{a) } a^5 \times a^3 \times b^7 \times b^{-2} \quad \text{b) } a^3 + a^2 \quad \text{c) } (a^2)^5 \times b^4 \times (b^2)^3 \quad \text{d) } \frac{a^4 \times a^{-3} \times b^8}{b^{-2} \times a^5}.$$

Exercice 9

Simplifier les expressions suivantes comportant des racines. On devra éliminer si possible les racines aux dénominateurs des fractions.

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt{6} \times \sqrt{32} \quad \text{b) } \frac{\sqrt{8} \times \sqrt{42}}{\sqrt{3} \times \sqrt{56}} \quad \text{c) } \sqrt{75} + \sqrt{45} \quad \text{d) } (2 + \sqrt{3})^2 \\ \text{e) } \sqrt{25200} \quad \text{f) } \frac{1}{\sqrt{2} + 1} \quad \text{g) } \frac{1 + \sqrt{5}}{1 - \sqrt{5}} \end{aligned}$$

Exercice 10

1. Calculer $(1, 4)^2$ et $(1, 5)^2$ et en déduire un encadrement de $\sqrt{2}$.
2. Donner un encadrement de $\sqrt{2}$ à 0,01 près en calculant $(1, 41)^2; (1, 42)^2; \dots; (1, 49)^2$.
3. Déterminer un encadrement à 0,01 près de $\sqrt{5}$.

Exercice 11

1. Combien vaut $(-1)^n$ en fonction de n ? On pourra regarder quelques valeurs particulières.
2. Calculer et simplifier pour tout entier n les expressions suivantes

$$\text{a) } (-1)^{2n} \quad \text{b) } (-1)^n + (-1)^{n+1} \quad \text{c) } (-1)^n - (-1)^{1-n}.$$

Exercice 12

Développer et réduire les expressions suivantes.

$$\begin{aligned} \text{a) } (2x + 1)(5x - 2) \quad \text{b) } (x + 1)(x + 2)(x + 3) \quad \text{c) } (3x - 1)^2 \quad \text{d) } (a + b)(a^2 - ab + b^2) \\ \text{e) } (x + 1)^3 \quad \text{f) } (x + 6)^2 - (x^2 - 5) \quad \text{g) } (x - 1)(x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1) \end{aligned}$$

Exercice 13

Factoriser le plus possible les expressions suivantes.

$$\begin{aligned} \text{a) } x^2 + 5x \quad \text{b) } (3x - 2)(x + 2) - (x + 2)^2 \quad \text{c) } x^2 - 6x + 9 \\ \text{d) } x^3 - 4x^2 + 4x \quad \text{e) } x^3 - 9x \quad \text{f) } x^3 - 1 \end{aligned}$$

Exercice 14

Soit x un réel quelconque. Etudier l'existence des expressions données et les simplifier si possible.

$$\text{a) } \frac{x+2}{x+4} \quad \text{b) } \frac{x+4}{4x+16} \quad \text{c) } \frac{x+2+4(x+2)}{x^2+4x+4}$$

Exercice 15

Etudier l'existence des expression suivante puis les réduire au même dénominateur.

$$\text{a) } \frac{x-1}{x+2} + \frac{5x+4}{2x+4} \quad \text{b) } \frac{1}{x+4} - \frac{3x+1}{2x-1} \quad \text{c) } 3 + \frac{2}{5x+7}$$

Exercice 16

Déterminer les réels a, b, c (ne dépendant pas de x) tels que pour tout x réel on ait

$$\frac{4x^2 - 5x + 8}{x - 3} = ax + b + \frac{c}{x - 3}.$$

Exercice 17

Résoudre les équations suivantes.

$$\begin{aligned} \text{a) } 3x + 5 &= -2x + 1 & \text{b) } x + 2 - (2x + 1) &= -x + 7 & \text{c) } 4x^2 - 4x + 1 &= 0 \\ \text{d) } (3x + 5)(6x - 4) &= 0 & \text{e) } x^2 &= 4 & \text{f) } 1 - \frac{x-1}{2x+1} &= 0 & \text{g) } x^4 &= 16 \\ \text{h) } \sqrt{x+1} &= 6 & \text{i) } (x-2)^2 &= 3 & \text{j) } \sqrt{2x+1} &= \sqrt{2-x} \end{aligned}$$

Exercice 18

Résoudre les inéquations suivantes.

$$\begin{aligned} \text{a) } 2x - 5 &\leq x - 9 & \text{b) } 3x - 6 &\leq 4x + 4 & \text{c) } (x+1)(x-5) &\geq 0 & \text{d) } (4x-1)^2 &\leq 0 \\ \text{e) } \frac{8x-7}{4x+3} &\geq 0 & \text{f) } x^2 + 3x &\leq 0 & \text{g) } x^2 + 6x + 9 &\geq 0 & \text{h) } \frac{6x-1}{(5x+1)^2} &\geq 0 \end{aligned}$$